

Algoritmos Evolutivos com Taxa de Fairness Ajustável para Alocação de Recursos em Sistemas OFDMA

Caio R. G. Bulgaroni, Ivan R. S. Casella*

*Universidade Federal do ABC (UFABC), Santo André - SP, Brasil
e-mail: caio.bulgaroni@ufabc.edu.br

Abstract - *This paper aims to analyze the problem of resource allocation of wireless systems based on OFDMA (Orthogonal Frequency Division Multiple Access) technology and to propose a new method of allocating subcarriers and power based on GA (Genetic Algorithms) with proportionality rate relaxation. The proposed method allows flexibilizing the restrictions of individual data rates of each user, within pre-established limits, in the search for the maximum Capacity of the system. The presented results demonstrate the advantages of this method compared with the methods presented in [1], [2], regarding the compromise between Throughput and Fairness.*

Keywords: *Mobile Communication, OFDMA, Resource Allocation, Genetic Algorithms.*

Introdução

A alocação de recursos é uma técnica crucial para sistemas OFDMA (Orthogonal Frequency Division Multiple Access), utilizada para a otimização de parâmetros importantes do sistema de modo a oferecer ganhos de QoS (Quality of Service), como ganhos de *Throughput* e *Fairness* [6], [7].

O problema de alocação de recursos em sistemas OFDMA é um problema *NP-Hard*, sendo impraticável o uso de algoritmos polinomiais para a obtenção de uma solução ótima, sendo normalmente necessário o uso de simplificações na formulação do problema para torná-lo tratável. Neste sentido, nos trabalhos apresentados em [1], denominado aqui como Método de Shen, e em [2], denominado como Método de Wong, foram propostos dois algoritmos sub-ótimos que simplificam o problema tratando de forma separada os processos de alocação de subportadoras e de potência.

Uma outra forma interessante para tratar o problema de alocação de recursos em sistemas OFDMA é através da utilização de técnicas evolutivas como o GA (Genetic Algorithms), que são técnicas de pesquisa heurística adaptativas usadas para encontrar soluções exatas ou aproximadas. Neste contexto, é proposto neste trabalho, um novo método de alocação de subportadoras e potência para sistemas OFDMA, como o *Down-*

link de um sistema LTE (Long Term Evolution), baseado em GA com flexibilização das taxas de proporcionalidade com o intuito de maximizar a capacidade do sistema.

Modelo do Sistema

Em [1], foi proposto um método de alocação de recursos de taxa proporcional para sistemas OFDMA. Esse método busca maximizar a capacidade total do sistema, mantendo o *Fairness* proporcional entre os usuários. A alocação de subportadoras é realizada pelo algoritmo subótimo proposto em [8], que nesse artigo será chamado de Método de Rhee e Cioffi, e a alocação de potência é realizada pelo método de *Newton-Raphson*.

Para que as restrições de BER (*Bit Error Rate*) sejam atendidas, a SNR (*Signal to Noise Ratio*) efetiva deve ser devidamente ajustada. A BER de um dado usuário k no subcanal n empregando um esquema de modulação M-QAM com codificação de *Gray* pode ser aproximada por [2]:

$$BER_{MQAM}(\gamma_{k,n}) \approx 0.2 \exp \left[\frac{-1.6\gamma_{k,n}}{2^{r_{k,n}} - 1} \right] \quad (1)$$

Onde, $\gamma_{k,n}$ é a SNR do usuário k no subcanal n e $r_{k,n}$ é a taxa de bits normalizada do usuário k no subcanal n dada por:

$$r_{k,n} = \log_2 \left(1 + \frac{\gamma_{k,n}}{\Gamma} \right) = \log_2 (1 + p_{k,n} H_{k,n}) \quad (2)$$

De modo que, $\Gamma = -\ln(5BER)/1.6$ é o gap de SNR, $H_{k,n} = h_{k,n}/\Gamma$ e $h_{k,n}$ é o ganho do subcanal n para o usuário k .

Para o problema de alocação de recursos analisado, deve-se maximizar a seguinte expressão:

$$\max_{c_{k,n}, p_{k,n}} \frac{B}{N} \sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N c_{k,n} \log_2 (1 + p_{k,n} H_{k,n}) \quad (3)$$

Sujeito a:

- C1: $c_{k,n} \in \{0, 1\} \forall k, n$
- C2: $p_{k,n} \geq 0 \forall k, n$

- C3: $\sum_{k=1}^K c_{k,n} = 1 \forall n$
- C4: $\sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N c_{k,n} p_{k,n} \leq P_{tot}$
- C5: $R_i : R_j = \phi_i : \phi_j \forall i,j \in \{1, \dots, K\}, i \neq j$

Onde B é a banda, n é o número de subcanais, k é o número de usuários, $p_{k,n}$ é a potência atribuída ao usuário k na subportadora n e $R_i : R_j = \phi_i : \phi_j$, $\forall i,j$ é um conjunto de valores predeterminados que são usados para assegurar a *Fairness* proporcional entre os usuários, de modo que $\sum_{k=1}^K \phi_k = 1$ e R_k representa a taxa total de dados do usuário k , dada por:

$$R_k = \frac{B}{N} \sum_{n=1}^N c_{k,n} r_{k,n} \quad (4)$$

Observe que as restrições C1 e C2 da Equação (3), asseguram os valores corretos para o indicador de alocação de subportadoras e de potência, C3 impõe a restrição de que cada subportadora só pode ser atribuída a um usuário, e C4 e C5 garantem, respectivamente, as limitações de potência e taxa proporcional.

A Equação (3) possui uma otimização combinatoria que é considerada *NP-Hard*, por isso, é altamente improvável que os algoritmos polinomiais possam ser utilizados para resolver de forma ótima esta equação. Consequentemente, são necessárias simplificações, como por exemplo, realizando separadamente os processos de alocação de subportadoras e potência para tornar o problema tratável.

A alocação das subportadoras pode ser realizada de acordo com o ganho de cada subcanal para cada usuário conforme apresentado em [8]. Uma vez que um usuário obtém a alocação de suas N_k subportadoras que correspondem a sua taxa proporcional, ele não pode mais ser alocado nesta etapa. Esse processo é repetido até que todos os usuários sejam alocados, evitando que todas as subportadoras sejam alocadas para o usuário com o melhor ganho, garantindo a proporcionalidade de *Fairness*.

Após finalizada a alocação das subportadoras, a capacidade do sistema é maximizada através da alocação de potências de acordo com a seguinte expressão:

$$\max_{p_{k,n}} \frac{B}{N} \sum_{k=1}^K \sum_{n \in \Omega_k} \log_2 (1 + p_{k,n} H_{k,n}) \quad (5)$$

Sujeito a:

- C1: $p_{k,n} \geq 0 \forall k, n$
- C2: $\sum_{k=1}^K \sum_{n \in \Omega_k} p_{k,n} \leq P_{tot}$
- C3: $R_i : R_j = \phi_i : \phi_j \forall i,j \in \{1, \dots, K\} i \neq j$

Onde Ω_k refere-se ao conjunto de subportadoras atribuídas ao usuário k .

A potência total atribuída para cada usuário k , denotada como P_k , para $1 \leq k \leq K$, pode ser obtida usando a técnica de multiplicador de Lagrange, conforme abaixo [2]:

$$\frac{1}{\phi_1} \frac{N_1}{N} \left[\log_2 \left(1 + H_{1,1} \frac{P_1 - V_1}{N_1} \right) + \log_2 W_1 \right] = \frac{1}{\phi_k} \frac{N_k}{N} \left[\log_2 \left(1 + H_{k,1} \frac{P_k - V_k}{N_k} \right) + \log_2 W_k \right] \quad (6)$$

Onde,

$$V_k = \sum_{n=2}^{N_k} \frac{H_{k,n} - H_{k,1}}{H_{k,n} H_{k,1}} \quad (7)$$

$$W_k = \left(\prod_{n=2}^{N_k} \frac{H_{k,n}}{H_{k,1}} \right)^{\frac{1}{N_k}} \quad (8)$$

Adicionando a restrição de potência total abaixo:

$$\sum_{k=1}^K P_k = P_{tot} \quad (9)$$

Obtém-se um conjunto de K equações não-lineares com K incógnitas $\{P_k\}_{k=1}^K$, que podem ser resolvidas numericamente através do método de *Newton-Raphson*, entretanto, a alta complexidade computacional desse algoritmo o torna impraticável para aplicações em tempo real. Em [1], o problema foi reduzido a uma única equação não-linear considerando que a SNR de cada subcanal seja elevada e foi apresentado um método iterativo com complexidade linear que atende as restrições de proporcionalidade das taxas dos usuários e garantindo a capacidade mínima de cada usuário. Por outro lado, em [2], foi apresentado um método não-iterativo com uma complexidade menor do que o método proposto em [1], relaxando as restrições de proporcionalidade das taxas dos usuários para maximizar a capacidade total do sistema, favorecendo seu uso em aplicações de tempo real.

Método Proposto

O método proposto tem como vantagens, em relação aos métodos analisados, de possibilitar uma flexibilização do compromisso entre maximizar a taxa total do sistema e atender a proporcionalidade entre as taxas dos usuários (*Fairness*). Ele utiliza como função objetivo a Equação (3)

normalizada por $\frac{B}{N}$ e utiliza as restrições C1 a C4 correspondentes e propõe uma relaxação do *Fairness* relativo à restrição C5 de forma que ela esteja dentro de uma tolerância preestabelecida de $\pm r_{tol}$, conforme:

- C5: $|\Delta_{Fair_k}| \leq r_{tol} \forall k \in \{1, \dots, K\}$

Onde,

$$\Delta_{Fair_k} = \frac{R_k}{10^{-3} + \sum_{k=1}^K R_k} - \frac{C_k}{10^{-3} + \sum_{k=1}^K C_k} \quad (10)$$

Sendo $\frac{R_k}{10^{-3} + \sum_{k=1}^K R_k}$ o *Fairness* desejado e $\frac{C_k}{10^{-3} + \sum_{k=1}^K C_k}$ o *Fairness* obtido pelo GA, C_k é a capacidade normalizada para o usuário k obtida pela alocação do GA e o fator 10^{-3} é usado para garantir que a relação nunca seja infinita durante o processo de convergência do GA.

Análise de Resultados

Para a análise do método proposto em um sistema OFDMA foi empregado um canal seletivo em frequência com 6 componentes de multipercurso, onde cada componente foi modelado como uma variável aleatória com distribuição de *Rayleigh* de amplitude e uniforme de fase. Foram adotados como parâmetros fixos para as simulações, 1GHz de banda, 72 subportadoras, 16 usuários, 1W de potência total, 5 canais diferentes e 5 padrões de taxas diferentes por usuário (25 combinações). O método proposto otimizou os parâmetros indicados na Tabela 1 através do método de busca exaustiva. Os demais parâmetros necessários seguiram os valores *Default* do GA do Matlab.

Table 1 – Parâmetros otimizados para o método proposto para 72 subportadoras e 16 usuários.

Limite de Geração	500000
Limite de Stall	100000
Tamanho da População	240
Elite	24
Fração de Crossover	0,75

Os resultados da análise para uma tolerância de *Fairness* de 0,02 são apresentados na Tabela 2. Pode-se verificar que a capacidade obtida pelo

método proposto foi superior aos demais métodos analisados, mantendo o erro de *Fairness* abaixo do limite preestabelecido para essa análise.

Table 2 – Resultados para 72 subportadoras e 16 usuários (tolerância de 0,02).

Métodos	Capacidade	Fairness
Wong	5.7824	0.0113
Shen	5.6453	5.2214e-04
GA	5.8221	0.0195

Na Figura 1, são apresentados os valores da capacidade total atingida pelos métodos analisados, onde é possível observar uma ligeira vantagem para o método proposto.

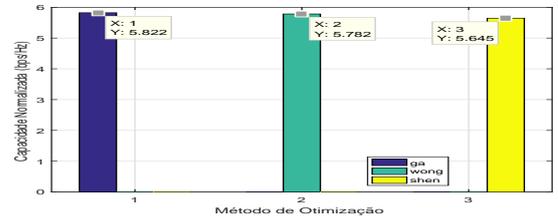


Figura 1 – Capacidade normalizada (tolerância de 0,02).

Na Figura 2, é possível verificar que o método proposto não atingiu o menor erro de *Fairness* dentre os métodos analisados, mas se manteve abaixo da tolerância de 0,02 estabelecida para esta análise.

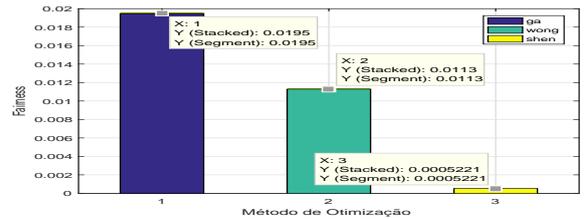


Figura 2 – Erro de Fairness (tolerância de 0,02).

Na Figura 3, é apresentado um exemplo da capacidade alocada para cada usuário nesta análise.

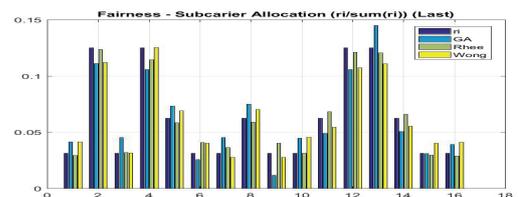


Figura 3 – Capacidade por usuário (tolerância de 0,02).

Na segunda análise, foram utilizados os mesmos parâmetros da análise anterior, ajustando apenas a tolerância para 0,01. Os resultados obtidos são apresentados na Tabela 3, onde novamente o método proposto atingiu uma capacidade superior aos demais métodos, mantendo o erro de *Fairness* inferior ao limite estabelecido de 0,01, oferecendo uma maior precisão da proporcionalidade das taxas dos usuários.

Table 3 – Resultados para 72 subportadoras e 16 usuários (tolerância de 0,01).

Métodos	Capacidade	Fairness
Wong	5.7495	0.0081
Shen	5.6361	8.5260e-04
GA	5.7831	0.0098

Na Figura 4, é possível observar a ligeira superioridade do método proposto em relação aos demais métodos analisados para uma tolerância de 0,01.

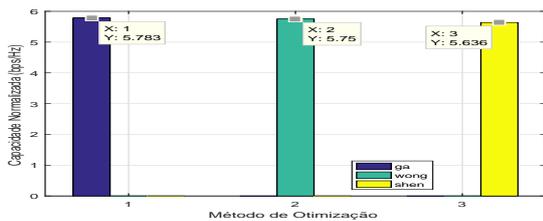


Figura 4 – Capacidade normalizada (tolerância de 0,01).

Na Figura 5, é apresentada uma comparação entre o erro de *Fairness* de cada método. Pode-se verificar que o método de Wong atingiu valores muito similares ao do método proposto, porém com uma capacidade menor e o método de Shen apresentou resultados de *Fairness* melhores, mas com uma capacidade bastante inferior.

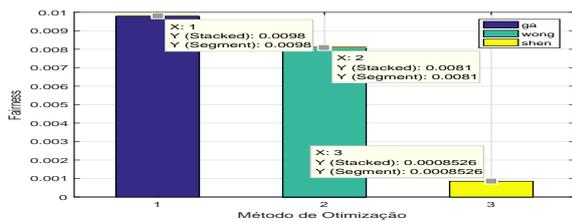


Figura 5 – Erro de Fairness (tolerância de 0,01).

Na Figura 6, é apresentado um exemplo da capacidade alocada para cada usuário nesta análise.

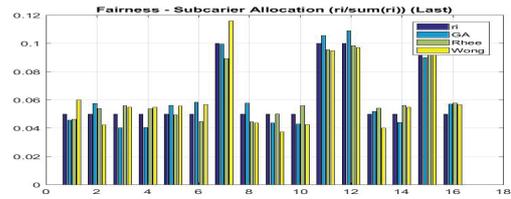


Figura 6 – Capacidade por usuário (tolerância de 0,01).

Conclusões

Este artigo apresentou um novo método para resolver o problema de alocação de recursos de taxa adaptativa com *Fairness* proporcional para sistemas OFDMA. O grande diferencial do método proposto em relação aos métodos analisados está na possibilidade de escolha do parâmetro de restrição de *Fairness* de uma forma simples, possibilitando escolher o compromisso entre a capacidade do sistema e a precisão de *Fairness* desejada.

Referências

- [1] SHEN, Z., et al. Optimal Power Allocation in Multiuser OFDM Systems. IEEE Global Telecommunications Conference 2003;337-341.
- [2] WONG, I.C., et al. A Low Complexity Algorithm for Proportional Resource Allocation in OFDMA systems. IEEE Signal Processing Systems 2004;01-06.
- [3] T. S. RAPPAPORT, Wireless communications: principles and practice, vol. 2. Prentice hall, 2011.
- [4] M. PUN; M. MORELLI; C.C.J KUO, Multi-carrier techniques for broadband Wireless communication, vol. 3. Imperial College Press, 2007.
- [5] H.G.MYUNG; D. J. GOODMAN, Single Carrier FDMA: A New Air Interface for Long Term Evolution, vol. 1. Wiley, 2008.
- [6] SADR, S.; ANPALAGAN, A.; RAAHEMIFAR, K. Suboptimal Rate Adaptive Resource Allocation for Downlink OFDMA Systems. International Journal of Vehicular Technology, 2009;01-10.
- [7] YIN, H; LIU, H. An Efficient Multiuser Loading Algorithm for OFDM-based Broadband Wireless Systems. IEEE Global Telecommunications Conference 2000;01;103-107.
- [8] RHEE, W.; CIOFFI, J.M. Increase in Capacity of Multiuser OFDM System Using Dynamic Sub-channel Allocation. IEEE Vehicular Technology Conference 2000;1085-1089.